電通大情報学専攻 2019 年

Picaro

2025 年 9 月 30 日

■解答

(1)

$$f(\boldsymbol{v_1}) = A\boldsymbol{v_1} = \begin{pmatrix} a & -2 & 4 \\ 3 & -6 & 6 \\ 3 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-2 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$c_1\boldsymbol{v_1} + c_2\boldsymbol{v_2} = c_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c_2 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 + 2c_2 \\ c_1 + 3c_2 \\ c_2 \end{pmatrix}$$

この 2 つが一致すればよいので、$c_2 = 0, c_1 = -3$ と順に求めて、$a = -1$

(2)

$$\begin{aligned} \det A &= -6a - 36 - 36 + 72 + 6 + 18a \\ &= 12a + 6 \\ &= -6 \end{aligned}$$

より、$a = -1$

(3) $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix}$ とすると、

$$(A+E)\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 4 \\ 3 & -5 & 6 \\ 3 & -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

より、

$$\begin{aligned} -2\alpha_2 + 4\alpha_3 &= 0 \\ 3\alpha_1 - 5\alpha_2 + 6\alpha_3 &= 0 \\ 3\alpha_1 - 3\alpha_2 + 2\alpha_3 &= 0 \end{aligned}$$

となるので、この 3 式を解いて基底を求めると

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

(4)

$$\det(A-\lambda E)=\begin{vmatrix}-1-\lambda & -2 & 4\\ 3 & -6-\lambda & 6\\ 3 & -3 & 1-\lambda\end{vmatrix}$$
$$=-\lambda^3-6\lambda^2-11\lambda-6$$
$$=0$$

より、これを満たす λ は、$\lambda=-1,-2,-3$